

Andrzejiaus Schinzelio ir Hanso Zassenhauso hipotezė ir jos sprendimas

LMA tikrasis narys Artūras Dubickas

Viena iš senų skaičių teorijos problemų yra vadinamoji A. Schinzelio ir H. Zassenhauso dar 1965 m. suformuluota hipotezė, tvirtinanti, kad d -tojo laipsnio daugianario, kurio vyriausiasis koeficientas lygus vienetui, o visi kiti koeficientai yra sveikieji skaičiai, visos šaknys yra arba vienetinio skritulio viduje, arba bent viena iš jų modulių yra ne mažesnė už $1+c/d$, kur c yra absoliuti konstanta, nepriklausanti nuo d . Šis uždavinys turi daugybę taikymų, sprendžiant įvairius kitus skaičių teorijos uždavinius, o pirmuosius įverčius pavyko gauti dar hipotezės autoriams. Deja, juose konstanta $c = c(d)$ priklauso nuo daugianario laipsnio d ir gana greitai artėja į nulį didinant d . Vėliau, A. Schinzelio ir H. Zassenhauso įverčiai buvo ne kartą gerinami vis didinant funkciją $c(d)$. Čia paminėtini amerikiečių matematikų Peterio Blanksby'o ir Hugh'o Montgomery'o (1971), kanadiečio matematiko Camerono Stewarto (1978) darbai, kuriuose autoriams pavyko gerokai padidinti funkciją $c(d)$. Visiškai naują idėją pavyko pritaikyti lenkų matematikui Edwardui Dobrowolski, kuris 1978 m., dar būdamas doktorantu, gavo logaritminę $c(d)$ priklausomybę. Šis metodas buvo ir toliau tobulinamas Davido Cantoro, Ernsto Strauso, Michelio Langevino ir kitų matematikų, nuolat buvo gerinama konstanta, tačiau priklausomybė liko logaritminė. Paskutinis pagerinimas su stipriausia konstanta priklauso šių eilučių autoriui. Jis buvo publikuotas 1993 m. „Acta Arithmetica“ žurnale. Ilgus metus šio Lenkijoje leidžiamo skaičių teorijos žurnalo vyriausiasis redaktorius buvo prof. A. Schinzelis, jis ne kartą lankėsi ir Lietuvoje.

Nuo to laiko naujų rezultatų šia kryptimi nebuvo. 2017 m. preprintų serveryje arXiv.org, kuriame dažnai dar prieš oficialią publikaciją žurnale pasirodo fizikų, matematikų, informatikų ir kitų giminingų sričių atstovų darbai, paskelbtas prancūzų matematiko darbas su teiginiu, iš kurio išplaukia net keleto hipotezių, taip pat A. Schinzelio ir H. Zassenhauso hipotezės, įrodymai. Šis 164 puslapių darbas iki šiol nėra publikuotas. Taip nutinka gana dažnai, ypač labai skandalingų / prieštarų rezultatų atvejais. Recenzentų, pasiryžusių aukoti daugybę laiko tokiam rezultatui nagrinėti, žurnalų redaktoriams rasti labai sunku. Be to, bet koks specialistas, skaitydamas kolegos darbą, dažnai pastebi klaidų, ne visiškai įrodytų vietų ir siūlo iš esmės perrašyti publikaciją, kartais dėl to prastėja darbo rezultatas, nes paliekami tik jokių abejonių nekeliantys teiginiai. Autoriui ne visada tai pavyksta, taigi darbas taip ir lieka nepublikuotas. Dažniausiai tiesiog dėl to, kad pats skamba rezultato įrodymas tiesiog ne visai išbaigtas ar neteisingas, tačiau situacijų būna labai įvairių. 2006 m. rusų matematikui Grigorijui Perelmanui Fyldso premija buvo skirta už darbus, kurie pasirodė tik arXiv.org preprintų serveryje, o publikuoti jokiuose moksliniuose žurnaluose taip ir nebuvo. Kalbant apie A. Schinzelio ir H. Zassenhauso hipotezes, jau po metų (2018) buvo įkeltas



ANDRZEJAUS
SCHINZELIO
IR HANSO
ZASSENHAUSO
HIPOTEZĖ IR JOS
SPRENDIMAS

italų matematiko Francesco Amoroso preprintas, tvirtinantis, kad prancūzų matematiko preprinte pateiktame įrodyme yra nepataisoma klaida.

2019 m. pabaigoje tame pačiame preprintų serveryje arXiv.org pasirodė jauno bulgarų kilmės matematiko Vesselino Dimitrovo preprintas <https://arxiv.org/abs/1912.12545>, kuriame A. Schinzelio ir H. Zassenhauso hipotezė visiškai įrodyta su konstanta $c = 0,1732$. Universitetą V. Dimitrovas baigė Bulgarijoje, daktaro disertaciją 2017 m. apgynė Jeilio universitete, vėliau keletą metų stažavosi elitiniame Prinstono aukštųjų tyrimų institute (IAS), kuriame dirba daugybė Fyldso premijos laureatų. Tai aukščiausias matematikų apdovanojimas, kuris įteikiamas kartą per ketverius metus pasaulinio matematikų kongreso metu ne daugiau kaip keturiems matematikams iki 40 metų.

Dar prieš įkeldamas savo darbą į preprintų serverį, V. Dimitrovas, kuris šiuo metu dirba Toronto universitete, konsultavosi su daugybe šios srities specialistų. Vien tik padėkų skiltyje paminėtos kelios dešimtys matematikų vienaip ar kitaip susijusių su šiuo darbu ir bent susipažinusių su kuria nors jo dalimi. Apie V. Dimitrovo rezultatą jau rašyta ir *Quantamagazine* (<https://www.quantamagazine.org/new-math-measures-the-repulsive-force-within-polynomials-20200514/>), skelbiančiame informaciją apie fizikos, matematikos, biologijos, informatikos ir kitų mokslų atradimus. 2021 m. kovo pabaigoje paskaitų ciklą apie V. Dimitrovo darbą nuotoliniu būdu skaitė ir Bordo universiteto profesorius Yuri Bilu. Nors pats V. Dimitrovo straipsnis iki šiol taip pat nėra publikuotas, tačiau labai tikėtina, kad šį kartą A. Schinzelio ir H. Zassenhauso hipotezė tikrai yra įrodyta.

Paprastai matematikoje išsprendus problemą istorija nesibaigia. Dar 1985 m. Kanados matematikas Davidas Boydas suformulavo savo hipotezes apie tikslią konstantos c reikšmę. Viena iš jų teigia, kad jei d dalijasi iš 3, tai tiksli konstantos c reikšmė turėtų būti 0,4217. D. Boydas pateikė pavyzdį, iš kurio matyti, kad ši konstanta turėtų būti optimali. Geriausią konstantą šia kryptimi 0,3096 su tam tikromis sąlygomis taip pat buvo gavęs šių eilučių autorius. 2021 m., pasinaudojęs V. Dimitrovo konstrukcija ir ją pritaikęs kiek kitokiai situacijai, Igoris Pritskeris (JAV) pagerino šią konstantą iki 0,4406 su tam tikromis papildomomis sąlygomis ir taip pat įrodė D. Boydo hipotezę tam tikrai daugianarių klasei. Tačiau, bendru atveju, nei viena iš D. Boydo hipotezių iki šiol nėra galutinai išspręsta. 1971 m. Christopheris Smythas įrodė, kad A. Schinzelio ir H. Zassenhauso hipotezė išplaukia iš dar 1933 m. amerikiečių matematiko Derricko Lehmerio suformuluotos hipotezės. D. Lehmerio hipotezė taip pat dar neįrodyta, taigi darbo šios srities specialistams yra ir bus.



ANDRZEJAUS
SCHINZELIO
IR HANSO
ZASSENHAUSO
HIPOTEZĖ IR JOS
SPRENDIMAS